

# Вычислительная сложность настольных и компьютерных игр

*А. А. Федорович<sup>1</sup>, Д. В. Мусатов<sup>1,2,3</sup>*

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)

<sup>2</sup>Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

<sup>3</sup>Кавказский математический центр Адыгейского государственного университета

Данная работа посвящена вычислительной сложности настольных и компьютерных игр. Основное внимание уделяется классификации игр по сложностным классам и доказательству полноты в них.

Рассматривается модель из книги [1]. В ней авторы привели набор универсальных графовых игр для различных видов настольных или компьютерных игр (с 0, 1, 2 и большим числом игроков) и показали их полноту в соответствующих классах.

Граф ограничений задается как неориентированный граф, вершины которого имеют порог величиной 2, а рёбра имеют вес 1 (красного цвета) или 2 (синего цвета). Граф допускает переключение направлений рёбер в зависимости от определённых условий, при этом переключения разрешены только в случае, если суммарный вес входящих рёбер не меньше 2 (условие корректности).



(а) Гаджет AND: ребро C может быть направлено из вершины тогда и только тогда, когда рёбра A и B направлены в неё.  
(б) Гаджет OR: ребро C может быть направлено из вершины тогда и только тогда, когда хотя бы одно из рёбер A или B направлено в неё.

Рис. 1: Гаджеты AND и OR в графе ограничений

Мы будем рассматривать игры с одним игроком. Игры подразделяются на ограниченные и неограниченные. В ограниченных (например, **TipOver**, **Судоку**) можно сделать полиномиальную оценку на число ходов. В неограниченных играх (например, **Пятнашки**) число ходов неограничено. Ограниченные игры лежат в NP, а неограниченные - в PSPACE.

Неограниченная недетерминированная логика ограничений (**UNCL**) - это задача

$$\mathbf{UNCL} = \{(G, e) \mid \text{можно последовательным переключением рёбер } G \text{ переключить } e\},$$

при этом переключать рёбра можно многократно. Известно, что эта задача PSPACE-полна даже для планарных графов, у которых встречаются только вершины вида AND и OR.

Основной результат — доказательство PSPACE-полноты игры **Diamond Rush** при помощи сводимости задачи **UNCL** к ней. **Diamond Rush** — 2D-платформер, в котором игроку

предстоит перемещаться по пещерам, полным различных опасностей, и цель — добраться от старта до финиша. Для доказательства полноты используются такие игровые элементы, как камни, нажимные плиты и двери, а также механика гравитации. В работе построены и описаны игровые гаджеты, моделирующие графовые гаджеты AND и OR.

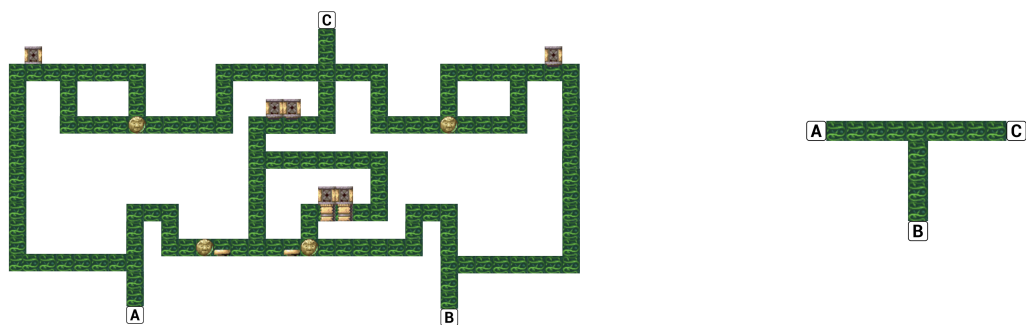


Рис. 2: Гаджеты AND и OR в игре

## Список литературы

- [1] R. A. Hearn, E. D. Demaine, *Games, Puzzles, and Computation*, A K Peters, 2009.