УДК 512.77

Классификация операторов Роты-Бакстера на матричной алгебре $M_2(\mathbb{C})$

А.Д. Зенькович[1] и А.Ю. Перепечко[1,2,3]

[1]МФТИ, [2]ИППИ РАН, [2]НИУ ВШЭ

Оператором Роты-Бакстера называется линейный оператор $R : A \to A$ на ассоциативной алгебре A над полем $\mathbb{F}$, который удовлетворяет соотношению

$$R(x)R(y) = R(R(x)y + xR(y)) + \lambda xy, \quad \lambda \in \mathbb{F}$$

для всех $x, y \in A$. Скаляр λ называется *весом* оператора.

Естественным вопросом является описание всех возможных операторов Роты-Бакстера, как нулевого так и ненулевого веса на классических алгебрах. На данный момент известно описание всех операторов Роты-Бакстера как множества на $sl_2(\mathbb{C})$ [5], на $M_2(\mathbb{C})$ [2, 6], на $M_3(\mathbb{C})$ с точностью до сопряжения автомор [4], а так же на многих других алгебрах [2, 1, 3]. Интерес представляет описание структуры множества операторов Роты-Бакстера как алгебраического многообразия, то есть его неприводимые компоненты, особые точки и орбиты под действием сопряжениями автоморфизмами алгебры.

В нашей работе исследуется структура многообразия операторов Роты-Бакстера веса 0 на алгебре $M_2(\mathbb{C})$. Мы опишем его неприводимые компоненты, особые точки и классы эквивалентности по сопряжён автоморфизмами. Подобное описание упрощает результаты статей [6, 2], уменьшая количество классов операторов и позволяя связать типы операторов и орбиты, в которых они лежат. Также в процессе исследования стало понятно, что используемые методы применимы и для других алгебр над $\mathbb{C}$ малых размерностей и предположительно способны упростить классификацию операторов Роты-Бакстера на них.

Список литературы

[1] Huihui An and Chengming Bai. From rota–baxter algebras to pre-lie algebras. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 41(1):015201, dec 2007.

[2] Pilar Benito, Vsevolod Gubarev, and Alexander Pozhidaev. Rota–baxter operators on quadratic algebras. *Mediterranean Journal of Mathematics*, 15(5):189, Aug 2018.

[3] Chengyu Du, Chengming Bai, and Li Guo. 3-lie bialgebras and 3-lie classical yang–baxter equations in low dimensions. *Linear and Multilinear Algebra*, 66(8):1633–1658, 2018.

[4] Maxim Goncharov and Vsevolod Gubarev. Rota–baxter operators of nonzero weight on the matrix algebra of order three. *Linear and Multilinear Algebra*, 70(6):1055–1080, 2022.

[5] Jun Pei, Chengming Bai, and Li Guo. Rota-Baxter operators on $sl(2, \mathbb{C})$ and solutions of the classical Yang-Baxter equation. *Journal of Mathematical Physics*, 55(2), 02 2014. 021701.

[6] Xiaomin Tang, Yang Zhang, and Qiong Sun. Rota–baxter operators on 4-dimensional complex simple associative algebras. *Applied Mathematics and Computation*, 229:173–186, 2014.