УДК 517

Гомологии Хованова для виртуальных танглов

А.В. Мирошников, В.О. Мантуров

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)

Диаграммой тангла называется граф в двумерном диске, вершины которого внутри него имеют валентность 4 и структуру “проход-переход”, а на границе - валентность 1. Танглом называется класс эквивалентности диаграмм тангла по движениям Рейдемейстера. Тангл является обобщением кос и зацеплений. Виртуальным танглом называется тангл, в котором разрешаются виртуальные перекрёстки.

Основная задача теории узлов - классификация топологических объектов с точностью до изотопии. Для этого разрабатываются соответствующие инварианты. В [1] М.Г. Хованов построил теорию гомологий для узлов и зацеплений, чья градуированная эйлерова характеристика является полиномом Джонсона. В [2] Д. Бар-Натан обобщил теорию гомологий Хованова на произвольные танглы. А В.О. Мантуров в [3] обобщил гомологии Хованова на виртуальные узлы. Интерес представляет возможность объединить работы [2] и [3] для построения гомологий Хованова для виртуальных танглов.

Центральную роль в работе [2] занимают соотношения S, T и $4\mathsf{TU}$, по которым факторизуются кобордизмы между танглами. Для виртуальных танглов потребуется ввести другие соотношения, причём необходимо сохранить инвариантность относительно движений Рейдемейстера, что является нетривиальной задачей. Однако даже с произвольными соотношениями классификация классов эквивалентностей по ним погружённых поверхностей между виртуальными танглами представляется интересной проблемой.

Мы обсудим возможные подходы и инструменты к решению этих задач: поговорим о двумерных узлах и их классификации, об эквивалентных $4\mathsf{TU}$ соотношениях $3S_1, 3S_2$ и cutting necks.

Литература

[1] M. Khovanov, “A categorification of the Jones polynomial,” Duke Math. J, 101, No. 3, 359–426 (1997).

[2] D. Bar-Natan, “On Khovanov’s categorification of the Jones polynomial,” Algebr. Geom. Topol., 2, No. 16, 337–370 (2002).

[3] V.O. Manturov, “Khovanov’s homology for virtual knots with arbitrary coefficients,” Izv. Ross. Akad. Nauk, Ser. Mat., Volume 71 (2007) no. 5, pp. 111-148