УДК 517

Вложение классических кос в классические танглы

Н.Д. Шапошник, под руководством В.О. Мантурова
Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)

Определение 1. Плоская диаграмма косы есть граф, лежащий внутри прямоугольника $[0,1] \times [1,n]$, удовлетворяющий условиям:

1. Точки $[0,i]$ и $[1,i], i = 1,\ldots,n$ являются вершинами графа валентности один, остальные точки типа $[0,t]$ или $[1,t]$ не являются вершинами графа.
2. Все другие вершины графа имеют валентность 4. Противоположные ребра в таких вершинах образуют угол в 180 градусов.
3. Каждая вершина валентности 4 снабжена структурой "проход-переход".
4. Нити косы, т. е. линии, составленные из рёбер графа, проходящие от ребра к противоположному и идущие от вершины с ординатой 1 к вершине с ординатой 0, должны быть монотонно убывающими относительно координаты t.

Определение 2. Коса — это класс эквивалентности плоских диаграмм кос по второму и третьему движениям Рейдемейстера.

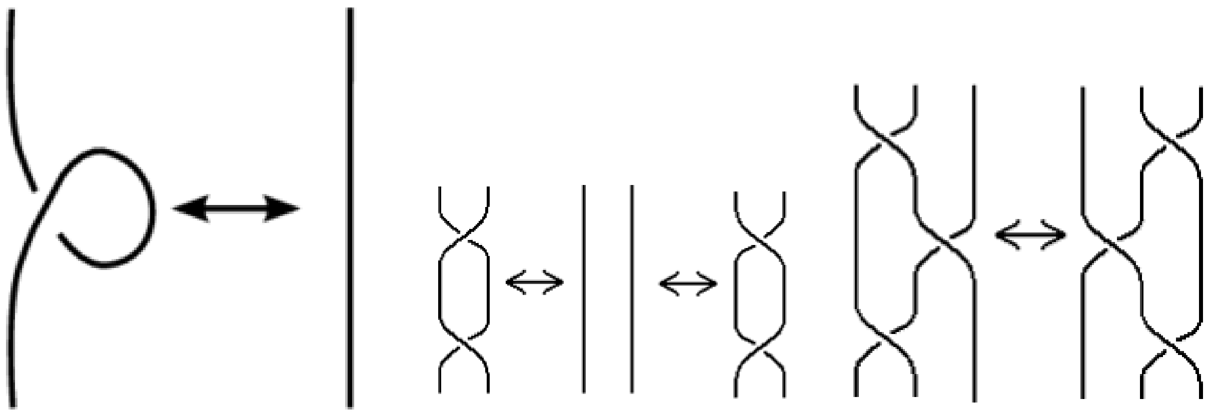
Если из определения плоской диаграммы косы убрать условие на монотонность нитей, то получившийся объект будет иметь структуру тангла.

Определение 3. Пусть F — ориентированная компактная связная поверхность. Диаграммой тангла называется граф в F, удовлетворяющий условиям:

1. Все вершины либо имеют степень 1 и лежат на ∂F, либо имеют степень 4 и лежат в $int\, F$.
2. Противоположные ребра в вершинах степени 4 образуют угол в 180 градусов.
3. Каждая вершина валентности 4 снабжена структурой "проход-переход".

Определение 4. Тангл — это класс эквивалентности диаграмм танглов по первому, второму и третьему движениям Рейдемейстера.

Обозначим для первое движение Рейдемейстера через R1, аналогично R2 и R3.



(a) R1 (b) R2 (c) R3

Рис. 1. Движения Рейдемейстера

Проблема эквивалентности одних и тех же объектов в разных категориях в теории кос очень развита, однако ещё не доказано, что если две классические косы эквивалентны как танглы, то они эквивалентны как классические косы.

В данной работе доказывается следующее утверждение:

Утверждение 5. *Если две классические косы из двух нитей эквивалентны как танглы, то они эквивалентны как классические косы.*

Доказательство этого утверждения может быть полезно при доказательстве утверждения для кос с произвольным количеством нитей.

При доказательстве была использована техника проекции, применённая в [2].

Список литературы

[1] Василий Олегович Мантуров, *Теория узлов.* Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований (2005).

[2] Vassily Olegovich Manturov, *An elementary proof that classical braids embed into virtual braids.* arXiv:1504.03127 (2015).