

УДК 519.853.62

**Нижние оценки для задач децентрализованной оптимизации при  
константном ограничении на изменение ребер за итерацию в  
коммуникационной сети**

Д.С. Метелев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (национальный  
исследовательский университет)

В данном исследовании мы подробно рассматриваем проблему децентрализованной оптимизации, в которой каждый агент обладает сильно выпуклой и гладкой функцией, а целью сети является минимизация суммы всех функций по узлам. Эту задачу можно рассматривать как в статической Scaman et al. [2017], так и в изменяющейся сети Kovalev et al. [2021]. В обоих случаях существуют оптимальные алгоритмы, нижние границы которых выражаются через  $\chi$ , число обусловленности сети.

Недавние исследования Metelev et al. [2022] выявили нижние границы для задачи децентрализованной оптимизации при различных асимптотических ограничениях на скорость изменения сети. Мы показываем, что при константных ограничениях нижние границы такие же, как и в случае изменяющейся во времени сети, улучшая тем самым существующие результаты.

Основная идея установления этих нижних границ заключается в построении контрпримера временно-изменяющейся сети, в которой информация медленно передается от одного большого кластера к другому, сохраняя при этом скромное число обусловленности сети. В предыдущих исследованиях это достигалось путем использования классических (невзвешенных) графов Лапласа, соответствующих сети. Для оценки числа обусловленности графа необходимо оценить как наибольшее, так и наименьшее положительные собственные значения Лапласиана. В то время как наибольшее собственное значение можно легко оценить, сложности возникают при определении наименьшего положительного собственного значения.

В нашем новом подходе мы используем взвешенный Лапласиан для построения матричного контрпримера, позволяя нам использовать ранее недоступные топологии с предыдущей методологией. Взвешенный Лапласиан позволяет нам настроить веса ребер таким образом, что наименьшее собственное значение можно легко оценить, одновременно сохраняя контроль над наибольшим собственным значением.

В итоге, наше исследование, благодаря новому подходу, улучшает существующие оценки и закрывает открытую проблему о том, насколько можно быстро решать децентрализованную задачу оптимизации на изменяющейся во времени сети при сильных ограничениях на скорость ее изменения.

## References

Kevin Scaman, Francis Bach, Sébastien Bubeck, Yin Tat Lee, and Laurent Massoulié. Optimal algorithms for smooth and strongly convex distributed

optimization in networks. In *Proceedings of the 34th International Conference on Machine Learning- Volume 70*, pages 3027–3036. JMLR. org, 2017.

Dmitry Kovalev, Elnur Gasanov, Alexander Gasnikov, and Peter Richtarik. Lower bounds and optimal algorithms for smooth and strongly convex decentralized optimization over time-varying networks. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 34, 2021.

Dmitriy Metelev, Alexander Rogozin, Alexander Gasnikov, and Dmitry Kovalev. Decentralized saddle-point problems with different constants of strong convexity and strong concavity. *arXiv preprint arXiv:2206.00090*, 2022.