

Метод полуквадратичного разделения (HQS) в задаче предкомпенсации изображений

Абгарян А. А.^{1, 3} Аль-Казир Н. Б.^{2, 3}

¹МФТИ ²НИУ ВШЭ ³ИППИ РАН

11 марта 2025

Задача предкомпенсации изображений (англ. image precompensation) — это процесс программной обработки изображения, который позволяет человеку с рефракционными аномалиями, неспособному воспринимать изображение во всей его полноте, увидеть его наиболее приближенным к тому, как его воспринимает наблюдатель с идеальным зрением, при этом без изменения физических характеристик дисплея.

Задача предкомпенсации



Постановка задачи

Аномалии рефракции человеческого глаза описываются **функцией размытия точки** (ФРТ, англ. point spread function, PSF). При этом изображение на сетчатке глаза, называемое **ретиальным** (англ. retinal), описывается согласно сверточной модели формирования изображения:

$$r = t * k$$

Здесь t — исходное изображение, k — ФРТ человеческого глаза, $*$ — операция двумерной свертки.

Постановка задачи

Математическая формулировка задачи предкомпенсации заключается в поиске такого изображения p , что пользователь с аномалиями рефракции увидит максимально приближенное к исходному изображение:

$$\mathcal{L}(t, p * k) \longrightarrow \max_{0 \leq p \leq 1} \quad (1)$$

где \mathcal{L} — метрика схожести изображений.

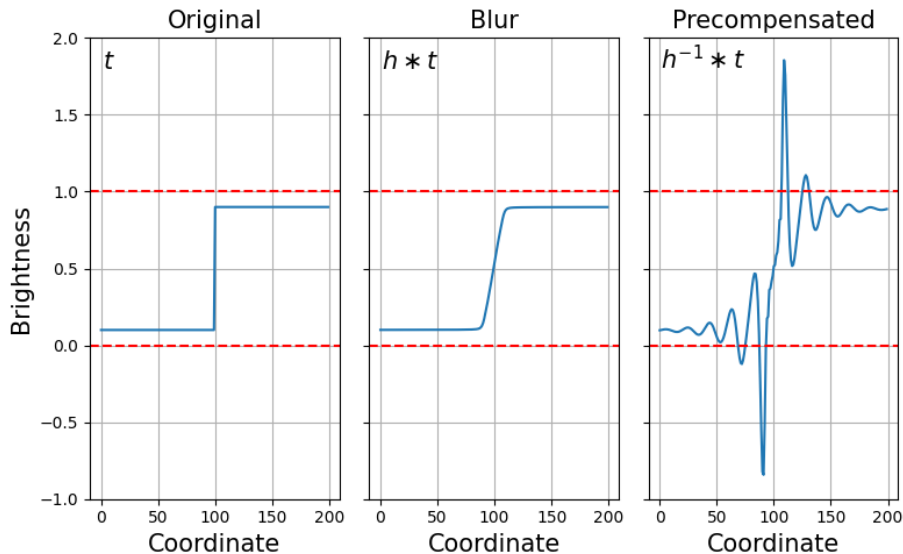
Связь с задачей деблюринга

По своей структуре задача предкомпенсации схожа с задачей не-слепого деблюринга, в которой по размытому изображению r ищется исходное изображение t :

$$r, k \longrightarrow t: r = t * k$$

Однако, несмотря на то что у задачи деблюринга всегда есть решение (исходное изображение t), в виду ограничений на яркость пикселей предкомпенсированного изображения ($0 \leq p \leq 1$) точного решения задачи предкомпенсации **не существует**.

Постановка задачи



- Методы, основанные на фильтрации Виннера (Huang et al. 2014, Alonso et al. 2003, Ji et al. 2014)

$$t = p * k \longrightarrow p = \text{Wiener}(t, k) = F^{-1} \left[\frac{F[t]}{F[k]} \cdot \frac{|F[k]|^2}{|F[k]|^2 + K} \right]$$

$$t, k \longrightarrow p = \sigma(\text{Wiener}(t, k))$$

здесь $F[\cdot]$ — дискретное двумерное преобразование Фурье, $K > 0$ — константа-регуляризатор, $\sigma : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ — нормирующая функция.

Основные типы предкомпенсации

- Методы, основанные на фильтрации Виннера (Huang et al. 2014, Alonso et al. 2003, Ji et al. 2014)
- Оптимизационные методы (Montalto et al. 2015, Jumbo et al. 2021)

$$\text{Montalto}(p, \mu) = \frac{\mu}{2} \|p * k - t\|_2^2 + \|\nabla p\|_1 \longrightarrow \min_{0 \leq \mu \leq 1}$$

На данный момент показывают лучшие результаты среди существующих алгоритмов предкомпенсации (Alkzir et al. 2023)

Основные типы предкомпенсации

- Методы, основанные на фильтрации Виннера (Huang et al. 2014, Alonso et al. 2003, Ji et al. 2014)
- Оптимизационные методы (Montalto et al. 2015, Jumbo et al. 2021)
- Нейросетевые методы (Tanaka et al. 2021, Güzel et al. 2023)

Основные типы предкомпенсации

Предкомпенсация

Оригинал



Хуанг



Монтальто



Джамбо



Симулированное
ретиальное



Метод полуквадратичного разделения

Пусть x — исходный сигнал, y — наблюдаемое значение. Рассмотрим задачу оптимизации:

$$\min_x f(\theta, x, y) + g(x)$$

где функция f отражает связь между наблюдением y и исходным сигналом x с параметрами θ , g — регуляризация. Алгоритм HQS состоит в разделении переменных (Cheng et al. 2020):

$$\min_{x,z} f(\theta, x, y) + g(z) \quad \text{s.t.} \quad z = x$$

Метод полуквадратичного разделения

Для решения полученной задачи добавляется еще одно слагаемое, отражающее близость z и x по квадратичной норме:

$$\min_{x,z} f(\theta, x, y) + g(z) + \frac{\beta}{2} \|z - x\|_2^2$$

Данная задача может быть решена итерационным процессом:

$$z^{k+1} = \arg \min_z g(z) + \frac{\beta}{2} \|z - x^k\|_2^2$$

$$x^{k+1} = \arg \min_x f(\theta, x, y) + \frac{\beta}{2} \|z^{k+1} - x\|_2^2$$

- Провести анализ существующих методов предкомпенсации
- Реализовать метод полуквадратичного разделения для задачи предкомпенсации с учетом ограничений
- Сравнить предложенный метод и существующие по качеству и скорости