

# Метод полуквадратичного разделения (HQS) в задаче предкомпенсации изображений

Абгарян А. А.<sup>1, 3</sup> Аль-Казир Н. Б.<sup>2, 3</sup>

<sup>1</sup>МФТИ <sup>2</sup>НИУ ВШЭ <sup>3</sup>ИППИ РАН

11 марта 2025

# Задача предкомпенсации

**Задача предкомпенсации изображений** (англ. image precompensation) — это процесс программной обработки изображения, который позволяет человеку с рефракционными аномалиями, неспособному воспринимать изображение во всей его полноте, увидеть его наиболее приближенным к тому, как его воспринимает наблюдатель с идеальным зрением, при этом без изменения физических характеристик дисплея.

# Задача предкомпенсации

a)



ИСХОДНОЕ  
ИЗОБРАЖЕНИЕ



ВОСПРИНЯМЕМОЕ  
ИЗОБРАЖЕНИЕ

б)



ИСХОДНОЕ  
ИЗОБРАЖЕНИЕ



ПРЕДКОМПЕНСИРОВАННОЕ  
ИЗОБРАЖЕНИЕ



ВОСПРИНЯМЕМОЕ  
ИЗОБРАЖЕНИЕ

## Постановка задачи

Аномалии рефракции человеческого глаза описываются **функцией размытия точки** (ФРТ, англ. point spread function, PSF). При этом изображение на сетчатке глаза, называемое **ретинальным** (англ. retinal), описывается согласно сверточной модели формирования изображения:

$$r = t * k$$

Здесь  $t$  — исходное изображение,  $k$  — ФРТ человеческого глаза,  $*$  — операция двумерной свертки.

## Постановка задачи

Математическая формулировка задачи предкомпенсации заключается в поиске такого изображения  $p$ , что пользователь с аномалиями рефракции увидит максимально приближенное к исходному изображение:

$$\mathcal{L}(t, p * k) \longrightarrow \max_{0 \leqslant p \leqslant 1} \quad (1)$$

где  $\mathcal{L}$  — метрика схожести изображений.

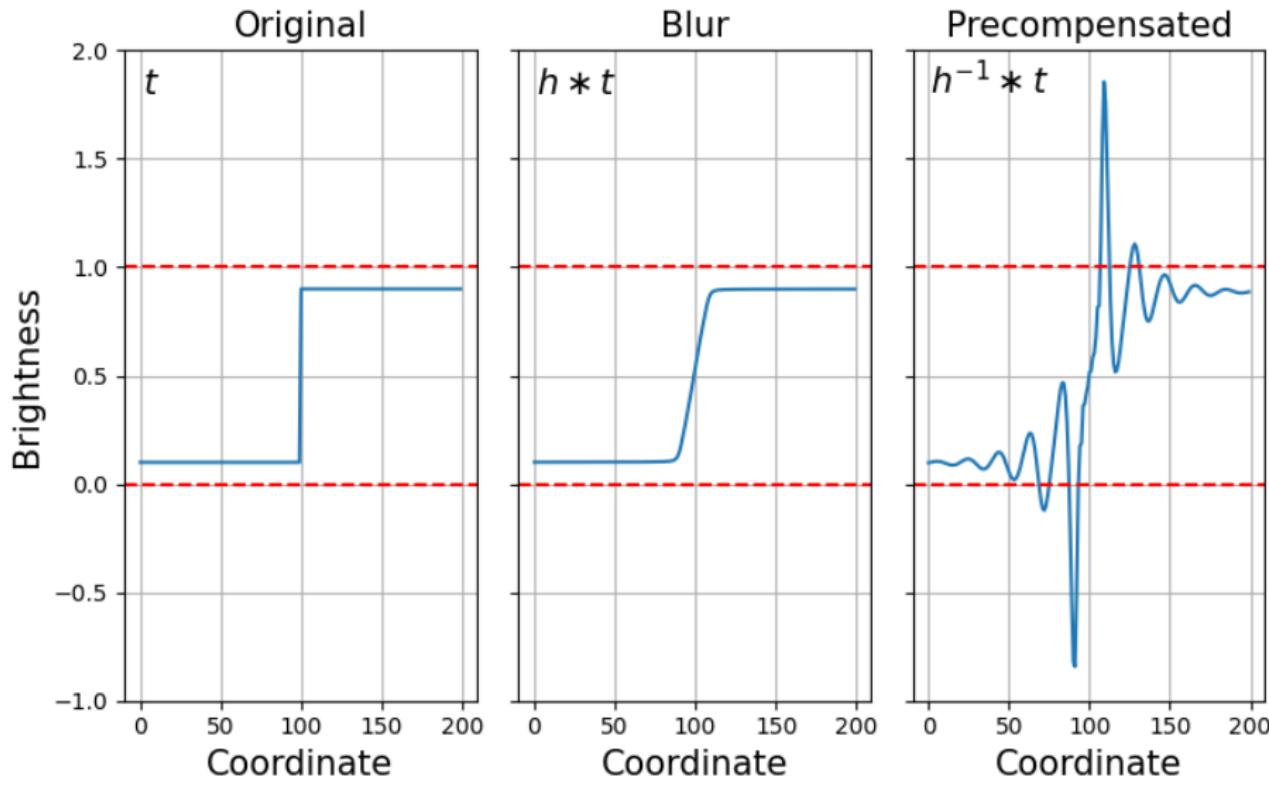
## Связь с задачей деблюринга

По своей структуре задача предкомпенсации схожа с задачей не-слепого деблюринга, в которой по размытому изображению  $r$  ищется исходное изображение  $t$ :

$$r, k \longrightarrow t : r = t * k$$

Однако, несмотря на то что у задачи деблюринга всегда есть решение (исходное изображение  $t$ ), ввиду ограничений на яркость пикселей предкомпенсированного изображения ( $0 \leq p \leq 1$ ) точного решения задачи предкомпенсации **не существует**.

# Постановка задачи



# Основные типы предкомпенсации

- Методы, основанные на фильтрации Виннера (Huang et al. 2014, Alonso et al. 2003, Ji et al. 2014)

$$t = p * k \longrightarrow p = \text{Wiener}(t, k) = F^{-1} \left[ \frac{F[t]}{F[k]} \cdot \frac{|F[k]|^2}{|F[k]|^2 + K} \right]$$

$$t, k \longrightarrow p = \sigma(\text{Wiener}(t, k))$$

здесь  $F[\cdot]$  — дискретное двумерное преобразование Фурье,  $K > 0$  — константа-регуляризатор,  $\sigma : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$  — нормирующая функция.

# Основные типы предкомпенсации

- Методы, основанные на фильтрации Виннера (Huang et al. 2014, Alonso et al. 2003, Ji et al. 2014)
- Оптимизационные методы (Montalto et al. 2015, Jumbo et al. 2021)

$$\text{Montalto}(p, \mu) = \frac{\mu}{2} \|p * k - t\|_2^2 + \|\nabla p\|_1 \longrightarrow \min_{0 \leqslant p \leqslant 1}$$

*На данный момент показывают лучшие результаты среди существующих алгоритмов предкомпенсации (Alkzir et al. 2023)*

# Основные типы предкомпенсации

- Методы, основанные на фильтрации Виннера (Huang et al. 2014, Alonso et al. 2003, Ji et al. 2014)
- Оптимизационные методы (Montalto et al. 2015, Jumbo et al. 2021)
- Нейросетевые методы (Tanaka et al. 2021, Güzel et al. 2023)

# Основные типы предкомпенсации

Предкомпенсация

Оригинал



Хуанг



Монтальто



Джамбо



Симулированное  
ретинальное



# Метод полуквадратичного разделения

Пусть  $x$  — исходный сигнал,  $y$  — наблюдаемое значение. Рассмотрим задачу оптимизации:

$$\min_x f(\theta, x, y) + g(x)$$

где функция  $f$  отражает связь между наблюдением  $y$  и исходным сигналом  $x$  с параметрами  $\theta$ ,  $g$  — регуляризация. Алгоритм HQS состоит в разделении переменных (Cheng et al. 2020):

$$\min_{x,z} f(\theta, x, y) + g(z) \quad \text{s.t.} \quad z = x$$

# Метод полуквадратичного разделения

Для решения полученной задачи добавляется еще одно слагаемое, отражающее близость  $z$  и  $x$  по квадратичной норме:

$$\min_{x,z} f(\theta, x, y) + g(z) + \frac{\beta}{2} \|z - x\|_2^2$$

Данная задача может быть решена итерационным процессом:

$$z^{k+1} = \arg \min_z g(z) + \frac{\beta}{2} \|z - x^k\|_2^2$$

$$x^{k+1} = \arg \min_x f(\theta, x, y) + \frac{\beta}{2} \|z^{k+1} - x\|_2^2$$

# Цели работы

- Провести анализ существующих методов предкомпенсации
- Реализовать метод полуквадратичного разделения для задачи предкомпенсации с учетом ограничений
- Сравнить предложенный метод и существующие по качеству и скорости