

Тензорное непрерывное представление сигнала при построении нейроинтерфейса

Соболевский Федор

Московский физико-технический институт

Курс: Моя первая научная статья
(практика, В. В. Стрижов)/Группа 111

Эксперт: д. ф.-м. н. В. В. Стрижов

Консультант: А. М. Самохина

2024

Цели исследования

- ▶ Получить разложенное по частотам представление данных ЭЭГ и применить на полученных данных модель, работающую с непрерывным представлением сигнала;
- ▶ Сравнить точность классификации и скорость сходимости при обучении на исходных и преобразованных данных;
- ▶ Сравнить результат с результатами для других моделей;
- ▶ Проверить предположение о том, что примененное представление сигнала может улучшить качество классификации отрезков ЭЭГ.

Основная идея

Предположение: при разложении сигнала ЭЭГ по частотным составляющим мы можем получить больше информации о природе сигнала и повысить качество классификации:

$$\mathbf{X}_i = \{\mathbf{x}_t\}_{t \in T}, \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times V}, T = \{t_i\}_{i=1}^N, t_i \in \mathbb{R},$$

где E — количество электродов, V — количество частот.

Для разложения сигнала по частотным составляющим применяется вейвлет-преобразование исходного сигнала $x(t)$ для частот $\omega \in \Omega$ с материнским вейвлетом ψ :

$$X(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{\sqrt{\omega}} \psi^* \left(\frac{\tau - t}{\omega} \right) d\tau.$$

- ▶ *Patrick Kidger, James Morrill, James Foster, Terry Lyons* Neural Controlled Differential Equations for Irregular Time Series
- ▶ *Marco Congedo, Alexandre Barachant, Anton Andreev* A New Generation of Brain-Computer Interface Based on Riemannian Geometry
- ▶ *Gregory R. Lee, Ralf Gommers, Filip Waselewski, Kai, Wohlfahrt, Aaron O'Leary* PyWavelets: A Python package for wavelet analysis
- ▶ *Berdakh Abibullaev, Amin Zollanvari* Event-Related Potentials (P300, EEG) — BCI dataset

Постановка задачи: исходное представление

- ▶ Классифицируемые объекты — данные ЭЭГ:

$$\mathbf{X}_i = \{\mathbf{x}_t\}_{t \in T}, \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^E, T = \{t_i\}_{i=1}^N, t_i \in \mathbb{R},$$

целевая переменная — метка наличия целевого стимула:

$$\mathbf{Y} = \{y_i\}_{i=1}^M, y_i \in \{0, 1\},$$

где $|T| = 40$ — количество отсчётов по времени, $E = 8$ — количество электродов, M — количество отрезков ЭЭГ.

- ▶ Требуется решить задачу классификации: $g_\theta : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}$.
- ▶ Критерий качества — бинарная кросс-энтропия:

$$L = -\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[y_m \log p_m + (1 - y_m) \log(1 - p_m) \right],$$

$p_m = g_\theta(\mathbf{X}_m)$ — вероятность 1 класса для \mathbf{X}_m .

Постановка задачи: преобразованные данные

- ▶ Данные ЭЭГ:

$$\mathbf{X}_i = \{\mathbf{x}_t\}_{t \in T}, \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times V}, T = \{t_i\}_{i=1}^N, t_i \in \mathbb{R}$$

где $|T| = 40$ — количество отсчётов по времени, $E = 8$ — количество электродов, $V = 8$ — количество частот в частотном диапазоне.

- ▶ Задача и критерий качества остаются теми же.

Baseline-модель: ERPCov TS LR

- ▶ Непреобразованную запись ЭЭГ можно представить в виде.

$$\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} x_{1,1}^i & x_{1,2}^i & \dots & x_{1,N}^i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{E,1}^i & x_{E,2}^i & \dots & x_{E,N}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_1 \\ \dots \\ \mathbf{t}_E \end{bmatrix},$$

- ▶ Рассмотрим расширенные матрицы ковариации:

$$\mathbf{C}_i = \frac{1}{T-1} \mathbf{Z}_i \mathbf{Z}_i^T, \quad \mathbf{C}_i \in \mathbb{R}^{E(c+1) \times E(c+1)}, \quad \mathbf{Z}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 \\ \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{X}_i \end{bmatrix},$$

где \mathbf{P}_0 и \mathbf{P}_1 — средние геометрические классов 0 и 1 соответственно. Для каждой ковариационной матрицы \mathbf{C}_i существует касательный вектор \mathbf{S} . Касательные векторы классифицируются при помощи логистической регрессии. Отображение $\mathbf{C}_i \rightarrow \mathbf{S}_i$:

$$\text{Exp}_C(\mathbf{S}_i) = \mathbf{C}_i = \mathbf{C}^{\frac{1}{2}} \exp\left(\mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{S}_i \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}}\right) \mathbf{C}^{\frac{1}{2}}.$$

Модель: Neural CDE

- ▶ $S_{\mathbf{x}}(t) : [t_0, t_n] \rightarrow \mathbb{R}^{E+1}$ — натуральный кубический сплайн с узлами в t_0, \dots, t_n , $S_{t_i} = (\mathbf{x}_i, t_i)$.
- ▶ Пусть $f_{\theta} : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^{d \times (E+1)}$ — нейронная сеть, зависящая от параметров θ , d — размерность скрытого пространства. Скрытое состояние Neural CDE — решение управляемого дифференциального уравнения

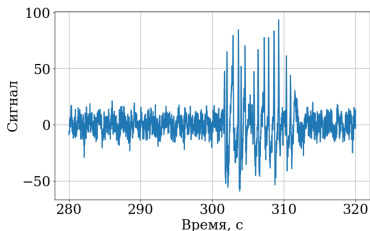
$$\mathbf{z}_t = \mathbf{z}_{t_0} + \int_{t_0}^t f_{\theta}(\mathbf{z}_{\tau}) dS_{\tau} \quad \text{for } t \in (t_0, t_n].$$

- ▶ Получение значения скрытого состояния: $\text{ODESolve}()$, функция, определяющая начальное скрытое состояние: $i_{\theta_i} : \mathbb{R}^{E+1} \rightarrow \mathbb{R}^d$.
Функция классификации: $r_{\theta_r} : \mathbb{R}^d \rightarrow \{0, \dots, c\}$, c — количество классов в выборке
Результирующая модель:

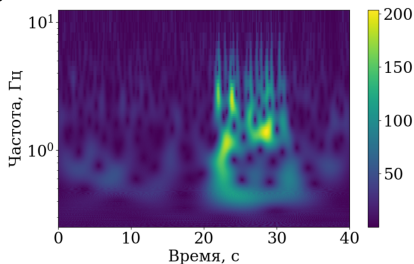
$$r_{\theta_r}(\text{ODESolve}(S, i_{\theta_i}(S))).$$

Модель: TN-CDE

- ▶ Модель тензорных нейронных CDE (TN-CDE) — Neural CDE, на вход которой подаются разложенные по частотам данные.
- ▶ Используются реализации Neural CDE из пакета `torchcde` и непрерывного вейвлет-преобразования (CWT) в функции `cwt` пакета `PyWavelets (pywt)`.



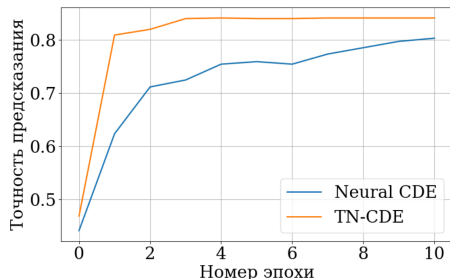
Отрезок ЭЭГ



Его вейвлет-преобразование

Вычислительный эксперимент

- ▶ Данные: датасет Event-Related Potentials P300, состоящий из 4200 отрезков ЭЭГ, помеченных в зависимости от наличия в них целевого стимула.
- ▶ Разбиение выборки на обучающую и тестовую: 80:20. Внешний критерий качества — точность классификации.



Зависимость точности от времени обучения

Модель	Точность
PyRiemann	83,33%
Neural CDE	80,42%
TN-CDE	84,17%

Результаты классификации

Полученные результаты:

- ▶ Преобразованное представление сигнала позволило получить точность классификации больше, чем точность той же модели нейронных ДУ на необработанных данных и точность baseline-модели;
- ▶ При использовании тензорного представления заметно ускорилась сходимость метода к максимальной точности;
- ▶ На итоговую точность классификации не повлиял тип вейвлета, несмотря на разные значения вейвлет-преобразования данных.

Перспективы исследований:

- ▶ Изучить влияние гиперпараметров (количества частот в диапазоне, структуры внутренней нейронной сети и др.) на точность классификации и скорость сходимости;
- ▶ Теоретически проверить гипотезу об ускорении сходимости при использовании частотного разложения сигнала, а также о независимости точности классификации от типа вейвлета;
- ▶ Формально описать тензорное представление сигнала и тензорные свойства модели;
- ▶ Применить частотное разложение сигнала для других моделей, использующих непрерывное представление.