

Отрицательный параметр рациональности в равновесии квантового отклика (QRE)

Трухчев Иван

17 Мая 2024

Научный Руководитель - Козицина Татьяна Сергеевна
Кафедра - ММССиО ВЦ РАН

Введение

Равновесие квантового отклика (Quantal response equilibrium) - достаточно известная концепция из теории игр, которая является ослаблением равновесия Нэша, и была придумана, чтобы лучше объяснять результаты лабораторных экспериментов. Данное равновесие применялось для объяснения поведения игроков, которое не укладывалось в существующие модели. В данном исследовании было сделано предположение о возможности построения равновесия квантового отклика для отрицательного параметра рациональности.

Гипотеза и цель

Гипотеза - возможно продлить параметр рациональности на отрицательную ось в равновесии квантового отклика.

Цель - изучить отрицательный параметр рациональности в равновесии квантового отклика и на основе исследований сделать выводы о его возможности быть меньше нуля.

Равновесие Нэша

Определение: Игра в нормальной форме называется тройкой (N, S, U) , где $N = 1, \dots, n$ - множество игроков, $S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$ - множество стратегий игроков, $U : S \rightarrow \mathbb{R}^n$ - заданные выигрыши игроков.

Определение (Равновесие Нэша): Для каждого i и для любой стратегии $s_i' \in S_i$ выполняется неравенство:

$$u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i', s_{-i}),$$

то есть набор стратегий s_1, \dots, s_n является равновесием по Нэшу (равновесием Нэша), если для каждого игрока i ему невыгодно отклоняться от стратегии s_i , если остальные игроки придерживаются своих стратегий.

Равновесие квантового отклика (QRE)

$$P_{ij} = \frac{\exp^{\lambda \times U_{ij}(P_{-i})}}{\sum_k \exp^{\lambda \times U_{ik}(P_{-i})}},$$

где λ - это параметр рациональности игроков $\lambda \in [0, \infty)$, а $U_{ij}(P_{-i})$ - это ожидаемый выигрыш игрока i при выборе стратегии j и при убеждении, что другие игроки будут выбирать стратегии в соответствии с распределением вероятностей P_{-i} .

Параметр рациональности

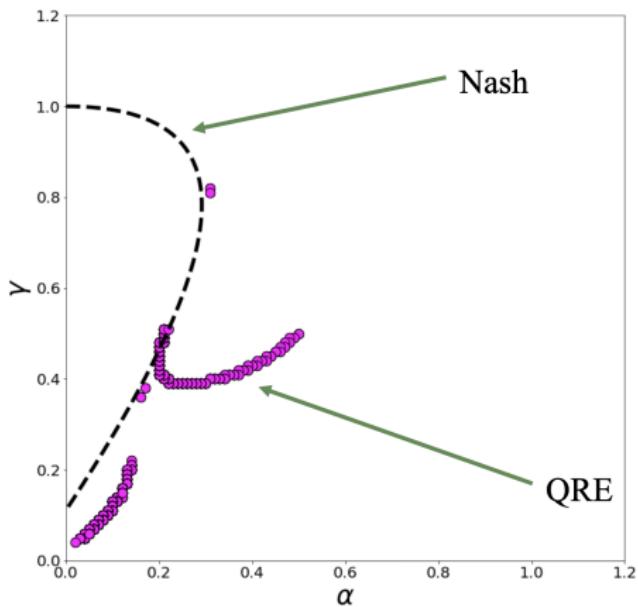
Параметр рациональности в сущности представляет из себя переменную, которая определяет насколько определенно ведет себя человек. При $\lambda \rightarrow 0$ игроки становятся "совершенно нерациональными" и разыгрывают каждую стратегию с равной вероятностью, а при $\lambda \rightarrow \infty$ игроки становятся "совершенно рациональными" и игра приближается к равновесию по Нэшу.

Дилема заключенного в специальных стратегиях

Выигрыш	Кооперировать	Не кооперировать
Коопрерировать	5, 5	0, 10
Не кооперировать	0, 10	1, 1

- γ_i - взаимная коопрерация. Вероятность выбора кооперативной стратегии в ответ на кооперативную стратегию оппонента в предыдущем раунде.
- α_i - терпимость к некооперативным стратегиям. Вероятность выбора кооперативной стратегии в ответ на НЕ кооперативную стратегию оппонента в предыдущем раунде.

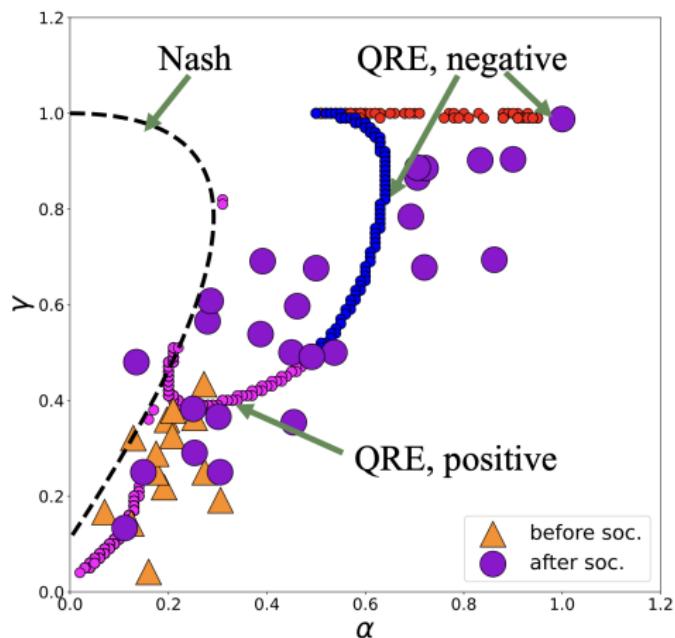
График к игре дилема заключенного



Отрицательный параметр

λ	α	γ
$-100 \rightarrow \sim -11.1$	$\sim 0.5 \rightarrow 1$	1
$\sim -11.1 \rightarrow \sim -5.1$	$\sim 0.5 \rightarrow \sim 0.55$	1
$\sim -5.1 \rightarrow \sim -0.5$	$\sim 0.55 \rightarrow \sim 0.64$	$1 \rightarrow \sim 0.73$
$\sim -0.5 \rightarrow 0$	$\sim 0.64 \rightarrow \sim 0.5$	$\sim 0.73 \rightarrow \sim 0.5$
$0 \rightarrow \sim 2.8$	$0.5 \rightarrow \sim 0.2$	$0.5 \rightarrow \sim 0.4$
$\sim 2.8 \rightarrow \sim 7$	$\sim 0.2 \rightarrow \sim 0.21$	$\sim 0.4 \rightarrow \sim 0.5$
$> \sim 7 \rightarrow$	$\sim 0.21 \rightarrow \sim 0.05$	$\sim 0.5 \rightarrow \sim 0.05$

Визуализация отрицательного параметра



Рассуждения

- В равновесии квантового отклика P_{ij} , γ_i и α_i – это вероятности.
- В формуле есть только деление e^x на e^x , то есть условие того, что вероятность неотрицательная выполняется. А также выполняется и условие, что вероятность не более 1.
- Так как λ стоит в формуле в показателе степени числа e , то и она не может "испортить" формулу при стремлении к $-\infty$.

Доопределение сути параметра рациональности

В специальных стратегиях.

При $\lambda \rightarrow 0$, поведение игрока случайно, то есть он выбирает каждую стратегию равновероятно.

При $\lambda \rightarrow \infty$, поведение игрока становится максимально рациональным и стремится к равновесию Нэша.

При $\lambda \rightarrow -\infty$, поведение игрока становится максимально кооперативным и за счёт этого он может получить больший выигрыш чем при следовании равновесию Нэша.

Выводы

- Отрицательный параметр рациональности в *QRE* можно рассматривать как теоретическое объяснение безусловного сотрудничества.
- Малые значения параметра рациональности являются индикаторами точки перехода, в которой состояние меняется с индивидуального на социальное или обратное.
- Высокие значения параметра рациональности соответствуют рациональному состоянию, близкому к понятию равновесия Нэша.

Научные материалы

Kozitsina, T. S., Kozitsin, I. V., Menshikov, I. S, "Quantal response equilibrium for the Prisoner's Dilemma game in Markov strategies," Scientific reports, vol. 12(1) , pp.1–11, 2022.

Babkina, T., Myagkov, M., Lukinova, E., Peshkovskaya, A., Menshikova, O., Berkman, E. T, "Choice of the group increases intra-cooperation," CEUR Workshop Proceeding, vol. 1627, pp.13–23, 2016.