

# Отрицательный параметр рациональности в равновесии квантового отклика (QRE)

Трухчев Иван

17 Мая 2024

Научный Руководитель - Козицина Татьяна Сергеевна  
Кафедра - ММССиО ВЦ РАН

# Введение

Равновесие квантового отклика (Quantal response equilibrium) - достаточно известная концепция из теории игр, которая является ослаблением равновесия Нэша, и была придумана, чтобы лучше объяснять результаты лабораторных экспериментов. Данное равновесие применялось для объяснения поведения игроков, которое не укладывалось в существующие модели. В данном исследовании было сделано предположение о возможности построения равновесия квантового отклика для отрицательного параметра рациональности.

# Гипотеза и цель

**Гипотеза** - возможно продлить параметр рациональности на отрицательную ось в равновесии квантового отклика.

**Цель** - изучить отрицательный параметр рациональности в равновесии квантового отклика и на основе исследований сделать выводы о его возможности быть меньше нуля.

# Равновесие Нэша

**Определение:** Игрой в нормальной форме называется тройка  $(N, S, U)$ , где  $N = 1, \dots, n$  - множество игроков,  $S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$  - множество стратегий игроков,  $U : S \rightarrow \mathbb{R}^n$  - заданные выигрыши игроков.

**Определение (Равновесие Нэша):** Для каждого  $i$  и для любой стратегии  $s'_i \in S_i$  выполняется неравенство:

$$u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i}),$$

то есть набор стратегий  $s_1, \dots, s_n$  является равновесием по Нэшу (равновесием Нэша), если для каждого игрока  $i$  ему невыгодно отклоняться от стратегии  $s_i$ , если остальные игроки придерживаются своих стратегий.

# Равновесие квантового отклика (QRE)

$$P_{ij} = \frac{\exp^{\lambda \times U_{ij}(P_{-i})}}{\sum_k \exp^{\lambda \times U_{ik}(P_{-i})}},$$

где  $\lambda$  - это параметр рациональности игроков  $\lambda \in [0, \infty)$ , а  $U_{ij}(P_{-i})$  - это ожидаемый выигрыш игрока  $i$  при выборе стратегии  $j$  и при убеждении, что другие игроки будут выбирать стратегии в соответствии с распределением вероятностей  $P_{-i}$ .

# Параметр рациональности

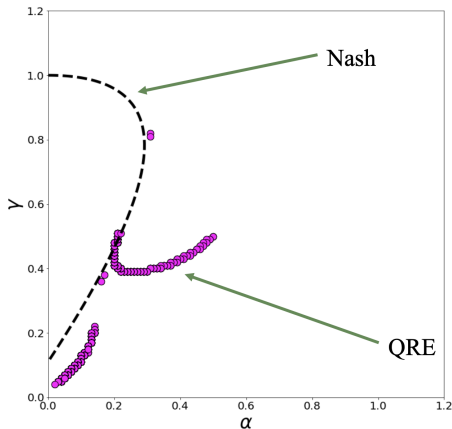
Параметр рациональности в сущности представляет из себя переменную, которая определяет насколько определенно ведет себя человек. При  $\lambda \rightarrow 0$  игроки становятся "совершенно нерациональными" и разыгрывают каждую стратегию с равной вероятностью, а при  $\lambda \rightarrow \infty$  игроки становятся "совершенно рациональными" и игра приближается к равновесию по Нэшу.

# Дилема заключенного в специальных стратегиях

Выигрыш	Кооперировать	Не кооперировать
Кооперировать	5, 5	0, 10
Не кооперировать	0, 10	1, 1

- $\gamma_i$  - взаимная кооперация. Вероятность выбора кооперативной стратегии в ответ на кооперативную стратегию оппонента в предыдущем раунде.
- $\alpha_i$  - терпимость к некооперативным стратегиям. Вероятность выбора кооперативной стратегии в ответ на НЕ кооперативную стратегию оппонента в предыдущем раунде.

# График к игре дилема заключенного

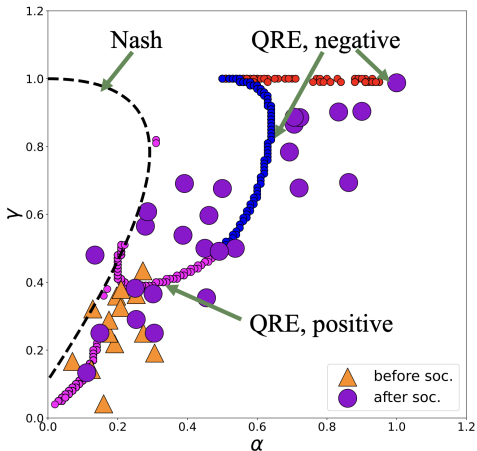




# Отрицательный параметр

$\lambda$	$\alpha$	$\gamma$
$-100 \rightarrow \sim -11.1$	$\sim 0.5 \rightarrow 1$	1
$\sim -11.1 \rightarrow \sim -5.1$	$\sim 0.5 \rightarrow \sim 0.55$	1
$\sim -5.1 \rightarrow \sim -0.5$	$\sim 0.55 \rightarrow \sim 0.64$	$1 \rightarrow \sim 0.73$
$\sim -0.5 \rightarrow 0$	$\sim 0.64 \rightarrow \sim 0.5$	$\sim 0.73 \rightarrow \sim 0.5$
$0 \rightarrow \sim 2.8$	$0.5 \rightarrow \sim 0.2$	$0.5 \rightarrow \sim 0.4$
$\sim 2.8 \rightarrow \sim 7$	$\sim 0.2 \rightarrow \sim 0.21$	$\sim 0.4 \rightarrow \sim 0.5$
$> \sim 7 \rightarrow$	$\sim 0.21 \rightarrow \sim 0.05$	$\sim 0.5 \rightarrow \sim 0.05$

# Визуализация отрицательного параметра



# Рассуждения

- В равновесии квантового отклика  $P_{ij}$ ,  $\gamma_i$  и  $\alpha_i$  – это вероятности.
- В формуле есть только деление  $e^x$  на  $e^x$ , то есть условие того, что вероятность неотрицательная выполняется. А также выполняется и условие, что вероятность не более 1.
- Так как  $\lambda$  стоит в формуле в показателе степени числа  $e$ , то и она не может "испортить" формулу при стремлении к  $-\infty$ .

# Доопределение сути параметра рациональности

## *В специальных стратегиях.*

При  $\lambda \rightarrow 0$ , поведение игрока случайно, то есть он выбирает каждую стратегию равновероятно.

При  $\lambda \rightarrow \infty$ , поведение игрока становится максимально рациональным и стремится к равновесию Нэша.

При  $\lambda \rightarrow -\infty$ , поведение игрока становится максимально кооперативным и за счёт этого он может получить больший выигрыш чем при следовании равновесию Нэша.

# Выводы

- Отрицательный параметр рациональности в  $QRE$  можно рассматривать как теоретическое объяснение безусловного сотрудничества.
- Малые значения параметра рациональности являются индикаторами точки перехода, в которой состояние меняется с индивидуального на социальное или обратное.
- Высокие значения параметра рациональности соответствуют рациональному состоянию, близкому к понятию равновесия Нэша.

Kozitsina, T. S., Kozitsin, I. V., Menshikov, I. S, "Quantal response equilibrium for the Prisoner's Dilemma game in Markov strategies," Scientific reports, vol. 12(1) , pp.1–11, 2022.

Babkina, T., Myagkov, M., Lukinova, E., Peshkovskaya, A., Menshikova, O., Berkman, E. T, "Choice of the group increases intra-cooperation," CEUR Workshop Proceeding, vol. 1627, pp.13–23, 2016.